

2025年度 大学院経営管理研究科
経営管理専攻 修士課程
入学試験（経営分析プログラム）
【数学試験問題】

1. 3次正方行列を

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) A の固有値と対応する固有ベクトルの組を全て求めなさい。
- (2) $P^{-1}AP$ が対角行列となるような正則行列 P を求めなさい。
- (3) いかなる正則行列 P に対しても $P^{-1}BP$ が対角行列とならないような3次正方行列 B の例を一つあげなさい。

2. 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{\log x}{x} \quad (x > 0)$$

とする。ただし、 $\log$ は自然対数である。また、実数 a は $a > 1$ を満たすものとする。以下の問いに答えなさい。

- (1) $y = f(x)$ の増減、極値、凹凸、変曲点、 $\lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ および $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ を調べてグラフの概形を図示しなさい。
- (2) $y = f(x)$ と x 軸および直線 $x = a$ で囲まれる部分を x 軸の周りに回転させてできる回転体の体積 $V(a)$ および極限 $\lim_{a \rightarrow \infty} V(a)$ を求めなさい。

3. 確率変数 X, Y の同時確率密度関数が次のように与えられている。

$$f_{(X,Y)}(x,y) = \begin{cases} c & (0 \leq x \leq y \leq 1). \\ 0 & (\text{その他}). \end{cases}$$

以下の問いに答えなさい。

- (1) 定数 c の値を求めなさい。
- (2) $P(X + Y \leq 1)$ を求めなさい。
- (3) X の周辺確率密度関数 $f_X(x)$ および $E(X)$ を求めなさい。
- (4) Y の周辺確率密度関数 $f_Y(y)$ および $E(Y)$ を求めなさい。
- (5) X と Y の共分散 $\text{Cov}(X, Y)$ を求めなさい。