

2024年度 大学院経営管理研究科
経営管理専攻 修士課程

入学試験（経営分析プログラム）

【数学試験問題】

1. a を定数とする。 \mathbb{R}^3 のベクトル

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ a \end{pmatrix}$$

について、以下の問いに答えなさい。

- (1) $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ が一次独立とならないような a の値を求めなさい。このとき \mathbf{w} を \mathbf{u} と \mathbf{v} の線形結合で表しなさい。
- (2) $a = 0$ のとき、 $A\mathbf{u} = \mathbf{v}$, $A\mathbf{v} = \mathbf{u}$, $A\mathbf{w} = \mathbf{w}$ を満たす3次正方行列 A を求めなさい。また、 A^4 を求めなさい。
- (3) $a = 5$ のとき、 \mathbf{u} と \mathbf{v} が張る部分空間へ \mathbf{w} を正射影したベクトルを $\tilde{\mathbf{w}}$ とする。 $\tilde{\mathbf{w}}$ を求めなさい。

2. 2変数関数

$$f(x, y) = (x + y)e^{-x^2 - y^2}$$

について、以下の問いに答えなさい。

- (1) 偏導関数 $f_x, f_y, f_{xx}, f_{xy}, f_{yy}$ を計算しなさい。
- (2) $f(x, y)$ の停留点をすべて求め、さらに、求めた停留点を、極小点、極大点、鞍点に分類しなさい。
- (3) 制約条件 $x^2 + y^2 = 1$ のもとで $f(x, y)$ の最大値を求めなさい。

3. 確率変数 X_1, X_2, X_3 は独立に区間 $[0, 1]$ の一様分布に従うものとし、 X_1, X_2, X_3 の平均を \bar{X} 、中央値を $med(X)$ とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) \bar{X} の分散を求めなさい。
- (2) $med(X) \leq x$ となる確率を $F(x)$ とする。 $F(x)$ を求めなさい。
- (3) $med(X)$ の分散を求めなさい。